

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

BÁO CÁO TÓM TẮT SÁNG KIẾN

1. Tên sáng kiến: *Hướng dẫn học sinh giải bài toán xác suất bằng kỹ thuật xây dựng quy luật phân phối xác suất cho bài toán.*

2. Mục tiêu của sáng kiến:

Xác suất là một trong những nội dung quan trọng của chương trình toán lớp 11 nói riêng và là nội dung trọng yếu của chương trình toán phổ thông nói chung. Việc học sinh tiếp cận và vận dụng kiến thức xác suất để giải bài toán ứng dụng thực tiễn thường mơ hồ và gặp nhiều khó khăn. Vì vậy, để giúp học sinh tiếp cận và giải các bài toán xác suất tốt hơn, hiệu quả hơn tôi hướng dẫn học sinh giải bài toán xác suất và ứng dụng bằng kỹ thuật xây dựng quy luật phân phối xác suất cho bài toán. Với sáng kiến này ngoài việc cung cấp kiến thức cho học sinh tôi mong muốn học sinh sinh đặc biệt là học sinh giỏi tự xây dựng các mô hình xác suất cho từng dạng toán và vận dụng sáng tạo nội dung xác suất vào trong cuộc sống.

3. Mô tả nội dung sáng kiến (giải pháp):

3.1 Kiến thức cơ bản: Để học sinh tiếp cận và xây dựng được các mô hình tổng thể cho bài toán điều kiện cần là giáo viên cần cung cấp cho học sinh các kiến thức cần thiết như: Tổ hợp, chỉnh hợp, hoán vị, quy tắc nhân, quy tắc cộng; các khái niệm và các công thức về xác suất.

3.2 Hướng dẫn học sinh xây dựng quy luật phân phối xác suất:

3.2.1 Luật phân phối xác suất Siêu bội (Mô hình xác suất Siêu bội)

Bài Toán 1: Cho S là tập hợp gồm N phần tử, trong đó có M_1 phần tử có dấu hiệu A ; M_2 phần tử có dấu hiệu B . Từ tập S lấy ngẫu nhiên ra n phần tử. Xác suất để có x phần tử có dấu hiệu A ; y phần tử có dấu hiệu B ?

Hướng dẫn xây dựng luật phân phối xác suất cho dạng toán này

+ Gọi E là biến cố có x phần tử có dấu hiệu A ; y phần tử có dấu hiệu B trong n phần tử lấy ra.

+ Gọi X, Y lần lượt là số phần tử có dấu hiệu A và B trong n phần tử lấy ra.

+ Số cách chọn để có $X = x; Y = y$ là: $C_{M_1}^x \cdot C_{M_2}^y$. Với $M_2 = N - M_1; y = n - x$

+ Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_N^n$

+ Xác suất để có x phần tử có dấu hiệu A ; y phần tử có dấu hiệu B là:

$$P(E) = P(X = x, Y = y) = \frac{C_{M_1}^x \cdot C_{M_2}^y}{C_N^n}$$

Vận dụng

Ví dụ 1: Một bộ câu hỏi gồm 100 câu. Một học sinh đã học thuộc 70 câu, còn 30 câu chưa thuộc. Từ 100 câu hỏi chọn ngẫu nhiên ra 20 câu để làm đề kiểm tra. Tính xác suất:

a. Trong đề kiểm tra có 17 câu học sinh đã học thuộc.

b. Trong đề kiểm tra có ít nhất 15 câu học sinh đã học thuộc.

Hướng dẫn vận dụng: Gọi X, Y là số câu hỏi học sinh thuộc, chưa thuộc trong 20 câu kiểm tra

a. + Gọi A là biến cố trong đề kiểm tra có 17 câu học sinh đã học thuộc.

$$+ P(A) = P(X = 17, Y = 3) = \frac{C_{70}^{17} \cdot C_{30}^3}{C_{100}^{20}} \text{ (sử dụng máy tính bỏ túi sẽ có kết quả)}$$

b. + Gọi B là biến cố trong đề kiểm tra có ít nhất 15 câu học sinh đã học thuộc.

$$+ P(B) = \sum_{x=15}^{20} P(X = x, Y = 20 - x) = \sum_{x=15}^{20} \frac{C_{70}^x \cdot C_{30}^{20-x}}{C_{100}^{20}} \text{ (sử dụng máy tính sẽ có kết quả)}$$

Mở rộng: Yêu cầu học sinh xây dựng mô hình cho bài toán sau

Bài Toán 2: Cho S là tập hợp gồm N phần tử, trong đó có M_1 phần tử có dấu hiệu A ; M_2 phần tử có dấu hiệu B và M_3 phần tử có dấu hiệu C . Từ tập S lấy ngẫu nhiên ra n phần tử. Tìm xác suất để có x phần tử

có dấu hiệu A; y phần tử có dấu hiệu B và z phần tử có dấu hiệu C.

Vận dụng: Yêu cầu học sinh vận dụng mô hình xây dựng được áp dụng vào ví dụ 2

Ví dụ 2: : Một hộp có 4 bi đỏ, 5 bi trắng và 6 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi từ hộp đó. Tìm xác suất để trong 4 viên bi được chọn không có đủ 3 màu.

3.2.2 Luật phân phối xác suất Bernoulli (Mô hình xác suất Bernoulli)

Bài Toán 3: Thực hiện n lần một phép thử ngẫu nhiên một cách độc lập. Gọi p là xác suất để kết quả A xảy ra trong mỗi lần thực hiện phép thử (p không đổi). Tìm xác suất để có x lần kết quả A xảy ra trong n lần thực hiện phép thử.

Hướng dẫn xây dựng luật phân phối xác suất cho dạng toán này

+ Gọi X là số lần kết quả A xảy ra trong n lần thực hiện phép thử

+ Gọi E là biến cố có x lần kết quả A xảy ra trong n lần thực hiện phép thử

+ Vận dụng quy tắc cộng và nhân xác suất và hướng dẫn học sinh phân tích bài toán trên ta xây dựng được mô hình phân phối xác suất cho bài toán này

$$P(E) = P(X = x) = C_n^x p^x (1 - p)^{n-x}, x = 0; 1; 2; 3; \dots; n$$

Vận dụng

Ví dụ 3: Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu. Giả sử, xác suất trả lời đúng mỗi câu hỏi của một học sinh là 70%. Tính xác suất:

a. Đề học sinh này làm đúng 25 câu hỏi trong đề thi.

b. Đề học sinh này trả lời đúng ít nhất 25 câu hỏi trong đề thi

Hướng dẫn vận dụng: Gọi X là số câu hỏi học sinh làm đúng trong 50 câu

a. + Gọi A là biến cố học sinh làm đúng 25 câu hỏi trong đề thi.

$$+ P(A) = P(X = 25) = C_{50}^{25} 0.25^{25} (1 - 0.25)^{50-25} \quad (\text{sử dụng máy tính bỏ túi sẽ có kết quả})$$

b. + Gọi B là biến cố học sinh trả lời đúng ít nhất 25 câu hỏi trong đề thi

$$+ P(B) = \sum_{x=25}^{50} P(X = x) = \sum_{x=25}^{50} C_{50}^x 0.25^x (0.75)^{50-x} \quad (\text{sử dụng máy tính bỏ túi sẽ có kết quả})$$

Mở rộng: Yêu cầu học sinh xây dựng mô hình và vận dụng giải bài toán sau

Ví dụ 4: Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu. Trong đó, có 20 câu dễ, 15 câu độ khó trung bình, 10 câu độ khó cao và 5 câu độ khó rất cao. Giả sử, xác suất để một học sinh làm đúng mỗi câu dễ là 95%, mỗi câu trung bình là 75%, mỗi câu khó là 50% và câu rất khó là 25% Tính xác suất:

a. Đề học sinh này làm đúng tất cả các câu hỏi trong đề thi.

b. Đề học sinh này làm đúng 15 câu dễ, 10 câu trung bình, 4 câu khó và 1 câu rất khó.

Chú ý: Cần lưu ý học sinh về sự khác biệt giữa hai mô hình (dạng phân phối) trên, để các em hiểu rõ hơn và tránh sự nhầm lẫn khi áp dụng.

3.3 Kết luận: Với sáng kiến này, tôi giới thiệu hai mô hình cơ bản nhằm giúp cho học sinh hình thành kỹ năng phân tích, nhận dạng và xây dựng mô hình phù hợp để giải quyết các bài toán về xác suất, là cơ sở quan trọng để các em có được những kỹ năng cần thiết tự nghiên cứu, học tập, rèn luyện nhằm thành kỹ năng sống, tư duy logic và xây dựng mô hình toán học cho các bài toán thực tiễn.

4. Phạm vi áp dụng: Tôi đang áp dụng ý tưởng sáng kiến này trong giảng dạy chuyên đề Tổ hợp- Xác suất cho học sinh lớp 11 chuyên Toán và bồi dưỡng học sinh giỏi toán tại trường Thực hành Sư phạm

5. Thời gian áp dụng: Tôi đã áp dụng sáng kiến này lần đầu tiên trong năm học 2020-2021 tại trường Thực hành Sư phạm

6. Hiệu quả sáng kiến (giải pháp): Sau khi áp dụng sáng kiến này trong giảng dạy nội dung chuyên đề Tổ hợp- Xác suất cho học sinh lớp 11 chuyên toán và bồi dưỡng học sinh giỏi toán 10, 11 tôi kỳ vọng sẽ nâng cao nhận thức và kỹ năng tư duy sáng tạo của học sinh trong việc lĩnh hội kiến thức xác suất và vận dụng chúng để giải quyết có hiệu quả các bài toán thực tiễn trong cuộc sống đặt ra; đồng thời, tôi tin rằng với sáng kiến này sẽ nâng cao được khả năng tư duy của học sinh trong việc giải bài toán xác suất trong kỳ thi học sinh giỏi toán 11 vòng tỉnh năm 2021 góp phần nâng cao kết quả thi của học sinh.